Dr. Jörg Meyer, Hameln

Zu f(2x)

Der Inhalt dieser Datei ist eigentlich allgemein bekannt – jedenfalls dachte ich das, bis mir kürzlich ein neues Schulbuch zugeschickt wurde, dessen AutorInnen offenbar nicht über einschlägige Basiskenntnisse verfügten.

Der Graph zu y = f(2x) im Verhältnis zum Graphen zu f(x)

Stellt man sich die Rechtsachse als Zeitachse vor, so benötigt man zum Zeitpunkt x=1 schon den zum Zeitpunkt 2 gehörigen Funktionswert f(2), zum Zeitpunkt x=2 schon den zum Zeitpunkt 4 gehörigen Funktionswert f(4) usw. Der Graph zu y = f(2x) hat also im Vergleich zum Graphen zu f(x) „doppeltes Tempo“, d.h. der Graph zu y = f(2x) entsteht aus dem Graphen zu f(x) dadurch, dass man letzteren in x-Richtung um den Faktor 2 staucht.

Man kann sich das Resultat auch folgendermaßen erklären: Ein allgemeiner Punkt des Graphen zu $y=f(x)$ ist $\begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix}$. Staucht man dern Graphen in x-Richtung um den Faktor 2, wird $\begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix}$ auf $\begin{pmatrix} x/2 \\ f(x) \end{pmatrix}$ abgebildet; schreibt man $\frac{x}{2}=z$, so ist $\begin{pmatrix} z \\ f(2\cdot z) \end{pmatrix}$.

Die Ableitung von f(2x)

Die Stauchung in x-Richtung um den Faktor 2 bewirkt, dass die waagerechte Kathete eines Steigungsdreiecks auf die halbe Länge gestaucht wird, was wegen $\frac{\Delta y}{\Delta x/2}=2\cdot\frac{\Delta y}{\Delta x}$ zu einer Verdoppelung der Steigung führt.