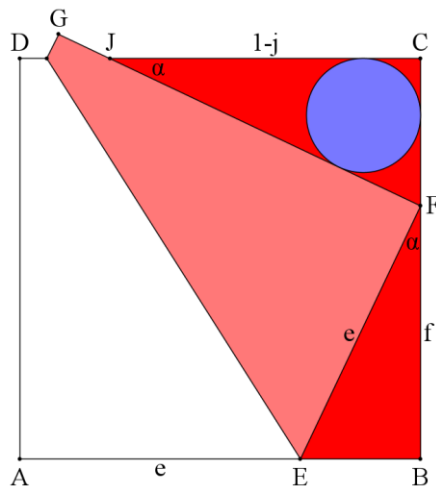


Umgeschlagenes Papier

Eine Aufgabe aus dem alten Japan:

Ein quadratisches Blatt Papier wird umgeschlagen. Dann ist der Radius des blauen Kreises so groß wie der Abstand zwischen G und J.



$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; D = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} e \\ 0 \end{pmatrix}; F = \begin{pmatrix} 1 \\ f \end{pmatrix} \text{ mit } f = \sqrt{2 \cdot e - 1}; G = F + \frac{1}{e} \cdot \begin{pmatrix} -f \\ 1-e \end{pmatrix}$$

$$J = F + \frac{1-f}{1-e} \cdot \begin{pmatrix} -f \\ 1-e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j \\ 1 \end{pmatrix} \text{ mit } j = 1 - f \cdot \frac{1-f}{1-e} \text{ und daher}$$

$$|JC| = f \cdot \frac{1-f}{1-e} = 2 \cdot f \cdot \frac{1-f}{2-2 \cdot e} = 2 \cdot f \cdot \frac{1-f}{1-f^2} = 2 \cdot f \cdot \frac{1-f}{1-f^2} = \frac{2 \cdot f}{1+f}.$$

$$\text{Wegen } \cos \alpha = \frac{f}{e} = \frac{|JC|}{|JF|} \text{ ist } |JF| = \frac{2 \cdot f}{1+f} \cdot \frac{e}{f} = \frac{2 \cdot e}{1+f} = \frac{f^2 + 1}{f + 1}.$$

Nun hat der Inkreis von JFC den Radius $\frac{|JC| \cdot |CF|}{|JC| + |CF| + |JF|} = \frac{\frac{2 \cdot f}{f+1} \cdot (1-f)}{\frac{2 \cdot f}{f+1} + 1 - f + \frac{f^2 + 1}{f+1}} = f \cdot \frac{1-f}{1+f}.$

Andererseits ist auch $|GJ| = \left| \frac{1-f}{1-e} - \frac{1}{e} \right| \cdot e = \frac{|e - e \cdot f - 1 + e|}{1-e} = f \cdot \frac{f^2 - 2 \cdot f + 1}{f^2 - 1} = f \cdot \frac{1-f}{1+f}.$

Der Radius ist maximal für $f = \sqrt{2} - 1$, also für $e = 2 - \sqrt{2}$.