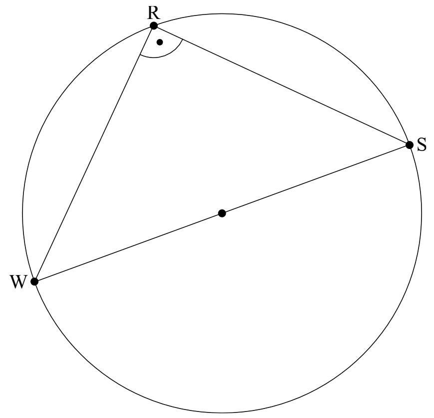
Jörg MEYER, Hameln
9. 11. 2020

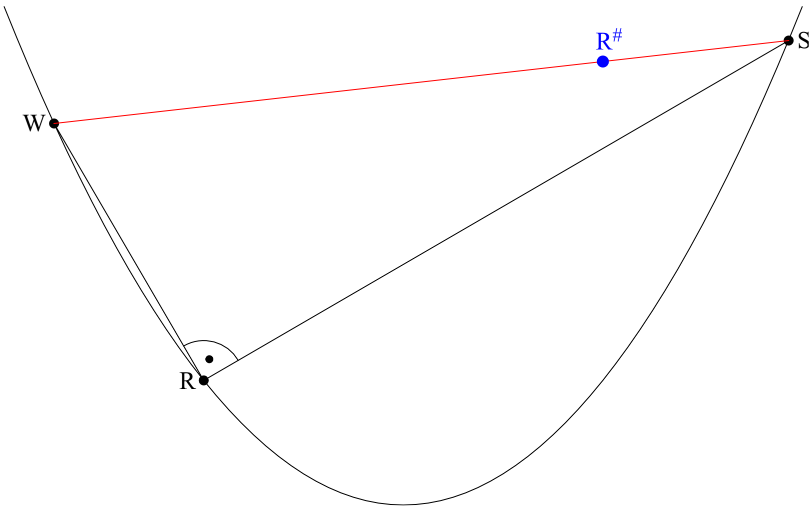
Frégier-Punkte

Wählt man auf einem Kreis einen ruhenden Punkt R und einen wandernden Punkt W, so schneidet die Senkrechte zu WR in R den Kreis wieder in S. Die Gerade WS verläuft wegen Thales immer durch den Kreismittelpunkt.



Wie ist es, wenn man den Kreis durch eine Parabel mit $f(x)=x^2$ ersetzt?

Es sei $R=\begin{pmatrix} r \\ r^2 \end{pmatrix}$ und $W=\begin{pmatrix} w \\ w^2 \end{pmatrix}$. Die Gerade durch W und R hat die Steigung $w+r$, also hat die dazu senkrechte Gerade durch R die Gleichung $y=-\frac{x-r}{w+r}+r^2$; sie schneidet die Parabel an der Stelle $s=-r-\frac{1}{w+r}$.



Die Gerade durch W und S hat die Gleichung $y=(w+s)\cdot(x-w)+w^2$.

Auf ihr liegt der Punkt $R^\#=\begin{pmatrix} -r \\ r^2+1 \end{pmatrix}$, der von W unabhängig ist. Wandert W, so wandert auch S, aber WS verläuft immer durch $R^\#$. Dies ist der zu R gehörige Frégier-Punkt.

Die Steigung von $RR^\#$ ist $\frac{-1}{2\cdot r}$; $RR^\#$ steht also auf der Parabeltangente in R senkrecht.

Die Frégier-Punkte liegen auf einer gegenüber der ursprünglichen Parabel um 1 verschobenen Parabel.