Dr. Jörg Meyer, Hameln

Ein ganz kurzer Weg zur Parabeltangente

Gegeben sei die quadratische Parabel mit $y = x^2$.

Die Gerade durch die Punkte $\begin{pmatrix} a \\ a^2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} b \\ b^2 \end{pmatrix}$ hat die Gleichung $y = (a+b)\cdot x - a\cdot b$.

Eine Tangente hat mit der Kurve einen doppelten Schnittpunkt. Für $b \to a$ erhält man $y = 2\cdot a\cdot x - a^2$.

Die Vorgehensweise überträgt sich auf $y = x^3$. Die Gerade durch die Punkte $\begin{pmatrix} a \\ a^3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} b \\ b^3 \end{pmatrix}$ hat die Gleichung $y = \left(a^2 + a\cdot b + b^2\right)\cdot x - a\cdot b\cdot(a+b)$.

Eine Tangente hat mit der Kurve einen doppelten Schnittpunkt. Für $b \to a$ erhält man $y = 3\cdot a^2\cdot x - 2\cdot a^3$.

Die Vorgehensweise überträgt sich auch auf $y = \sqrt{x}$ (für $x > 0$). Die Gerade durch die Punkte $\begin{pmatrix} a \\ \sqrt{a} \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} b \\ \sqrt{b} \end{pmatrix}$ hat die Gleichung $y = \dfrac{x + \sqrt{a\cdot b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$.

Eine Tangente hat mit der Kurve einen doppelten Schnittpunkt. Für $b \to a$ erhält man $y = \dfrac{x+a}{2\cdot\sqrt{a}} = \dfrac{x}{2\cdot\sqrt{a}} + \dfrac{\sqrt{a}}{2}$.

Die Vorgehensweise überträgt sich ebenso auf $y = \dfrac{1}{x}$ (für $x \neq 0$). Die Gerade durch die Punkte $\begin{pmatrix} a \\ 1/a \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} b \\ 1/b \end{pmatrix}$ hat die Gleichung $y = \dfrac{a+b-x}{a\cdot b}$.

Eine Tangente hat mit der Kurve einen doppelten Schnittpunkt. Für $b \to a$ erhält man $y = \dfrac{2\cdot a - x}{a^2} = \dfrac{-x}{a^2} + \dfrac{2}{a}$.