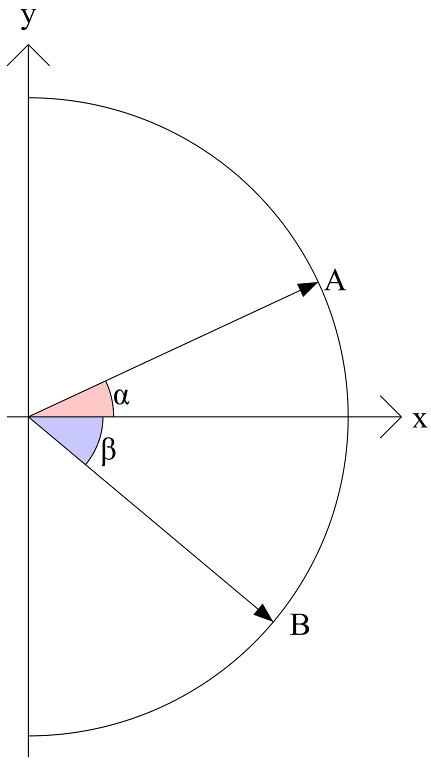

Die wohl mit Abstand einfachste Herleitung[1] lässt sich mit den Mitteln der Vektorgeometrie erzielen:

Gegeben Einheitskreis mit Zentrum O.

Aus den beiden Einheitsvektoren

$$\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \end{pmatrix}$$

und

$$\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} \cos\beta \\ -\sin\beta \end{pmatrix}$$

wird das Skalarprodukt gebildet mit dem Ergebnis

$$\boxed{\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta}.$$

Bildet man das Kreuzprodukt, ergibt sich $\overrightarrow{OA}\times\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \sin\alpha \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos\beta \\ -\sin\beta \\ 0 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin\alpha\cdot\cos\beta + \sin\beta\cdot\cos\alpha \end{pmatrix}$

und weil der Betrag des Kreuzprodukts die doppelte Dreiecksfläche zwischen O, A und B ist, ergibt sich $\boxed{\sin\alpha\cdot\cos\beta + \sin\beta\cdot\cos\alpha = \pm\sin(\alpha+\beta)}$. Hier ist nur noch zu klären, dass das Vorzeichen stets positiv ist.

[1] Z. Chen in College Mathematics Journal **41** (2010); S. 415.