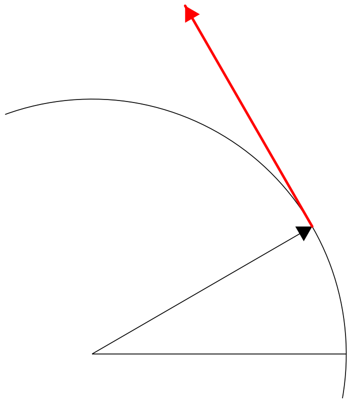

Im Rahmen der Vektorgeometrie lässt sich die wohl einfachste Herleitung von $\sin' x = \cos x$ und $\cos' x = -\sin x$ erzielen; die Ableitung von Sinus und Cosinus ist viel einfacher[1], wenn man das gesamte Bild vor Augen hat.

Aus der Vektorgeometrie ist bekannt:

Wenn $K(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$ der allgemeine Punkt einer Kurve ist, so ist $K'(t) = \begin{pmatrix} x'(t) \\ y'(t) \end{pmatrix}$ der Tangentenrichtungsvektor für den Parameter t.

Hier ist $K(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}$.

Der Tangentenrichtungsvektor steht auf $K(t)$ senkrecht, also ist

$$K'(t) = \begin{pmatrix} \cos' t \\ \sin' t \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} -\sin t \\ \cos t \end{pmatrix} \text{ für ein passendes } \lambda.$$

Wie findet man λ?

Es ist einerseits

$$\sin' 0 = \lim_{h \to 0} \frac{\sin(0+h) - \sin 0}{h} = \lim_{h \to 0} \frac{\sin h}{h} = 1,$$

wenn h im Bogenmaß gemessen wird (dies ist der Grund, warum man das Bogenmaß einführt) und andererseits

$$\sin' 0 = \lambda \cdot \cos 0 = \lambda,$$

also $\lambda = 1$.

[1] nach S. Levy: Flavors of geometry. 1997 Cambridge University Press, S. 65.